

Seminar 4

Cristian Rusu

1 Scopul seminarului

În acest seminar vom rezolva probleme cu metode nucleu (kernel):

- exemple de calcul cu kernel;
- rezolvarea unor probleme nelineare;
- demonstrațiile teoremelor de la curs.

2 Exerciții

Notă: La curs am folosit \mathbf{x}_i și \mathbf{x}_j pentru a descrie două puncte din setul de date pentru că \mathbf{y} reprezintă vectorul de etichete. În primele exerciții de aici folosim \mathbf{x} și \mathbf{y} pentru a descrie două puncte din setul de date. Este mai comod și mai clar așa, decât să purtăm după noi indicii i și j .

1. Se dau doi vectori $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ și $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$. Fie un kernel $k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x}^T \mathbf{y})^2$ care are asociate proprietățile $\phi(\mathbf{x}) = [x_1^2 \ x_1 x_2 \ x_1 x_3 \ x_2 x_1 \ x_2^2 \ x_2 x_3 \ x_3 x_1 \ x_3 x_2 \ x_3^2]^T$. Verificați că $k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \phi(\mathbf{x})^T \phi(\mathbf{y})$.
2. Se dă un kernel $k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x}^T \mathbf{y} + 2)^2$ pentru oricare $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^2$. Calculați $\phi(\mathbf{z})$ pentru acest kernel. Acesta este unic?
3. Pentru kernel-ul RBF unidimensional arătați că spațiu proprietăților (feature space) este infinit.
4. Rezolvați problema de clasificare nelineară XOR folosind un kernel polinomial.
5. Treceți pas cu pas peste demonstrația teoremei de reprezentare (slide 25 în curs).